



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 02.02.2020



CLASA a IX-a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. Determinați numerele naturale n pentru care numărul $\sqrt{4n+1} + \sqrt{9n+13}$ este număr rațional.
2. Fie numerele reale a și b cu proprietatea $[|a+b|] < 4$. Arătați că $[ab] < 4$.
(Pentru a real se notează $[a]$ partea întreagă a lui a și $|a|$ modulul lui a).
3. Să se rezolve în mulțimea $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ecuația: $x^2 - y! = 2019$.
(Pentru n natural nenul se notează $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$, iar $0! = 1$).
4. În pătratul $ABCD$, fie $M \in AC$. Paralela prin M la AD intersectează BD în N , paralela prin N la DC intersectează AC în P , iar paralela prin P la BC intersectează DB în Q . Punctele O_1, O_2, O_3 și O_4 sunt centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor MAB , NAB , PCB și respectiv NBC . Demonstrați că $\overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_3O_4} = \overrightarrow{QN}$.